

A. 一般練習題

10.3 一醫學報告指出，歐美婦女中乳癌患者的平均死亡年齡為 55 歲。我國的衛生單位認為，我國乳癌患者的平均死亡年齡低於歐美國家。國內一研究機構對 36 位乳癌患者所作的追蹤調查發現，患者的平均死亡年齡為 52 歲，標準差為 6 歲，在顯著水準為 1% 之下，試分別以檢定統計量檢定法、標準統計量檢定法、信賴區間檢定法、P 值法檢定衛生單位的說法是否正確。

解答：

令 μ 表示我國乳癌患者的平均死亡年齡，

則 $H_0: \mu \geq 55$; $H_1: \mu < 55$; $\alpha = 0.01$ ，本題應採用左尾檢定的方法進行。

檢定統計量檢定法：在 $\alpha = 0.01$ 時，

$$\text{臨界值 } X^* = \mu - Z_{0.01} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 55 - 2.33 \times \frac{6}{\sqrt{36}} = 52.67$$

因樣本平均數 (52) 小於臨界值 (52.67)，故拒絕 H_0

標準統計量檢定法：在 $\alpha = 0.01$ 時，臨界值為 $-Z_{0.01} = -2.33$

$$\text{標準檢定統計量} = \frac{52-55}{\frac{6}{\sqrt{36}}} = -3 < \text{臨界值} (-2.33)，\text{故拒絕 } H_0$$

信賴區間檢定法： μ 的 99% 信賴區間 $\mu \leq X + Z_{0.01} \times \frac{6}{\sqrt{36}} = 52 + 2.33 = 54.33$

因 $\mu = 55$ 不在此區間，故拒絕 H_0

P 值法：

$$P \text{ 值} = P(H < -52 | \mu = 55) = P\left(\frac{X-55}{\frac{6}{\sqrt{36}}} \leq \frac{52-55}{\frac{6}{\sqrt{36}}}\right) = P(Z \leq 3) = 0.0013$$

因 P 值 (0.0013) 小於 α (0.01)，故拒絕 H_0

因四種檢定方法所得結論皆相同 (拒絕 H_0)，故衛生單位的說法正確。

B. 應用題

10.15 現青少年性知識不足，但性態度及性行為卻愈來愈開放。2019 年所做的調查發現，接受調查的 20 歲大學生中，46.5% 有性經驗。(資料來源：平傳媒 2019/07/25) 現隨機抽取 500 位 20 歲男性大學生做調查。若有性經驗的人數不大於 255 人，則稱 20 歲男性大學生的性態度及性行為不比 2019 年開放。

1. 假設現在所有 20 歲男性大學生中，有性經驗者所佔比例仍為 46.5%，試求犯型 I 錯誤的機率。
2. 假設現在所有 20 歲男性大學生中，有性經驗所佔比例升為 55%。試求犯型 II 錯誤的機率。

解答：

兩個假設：

$H_0: p \geq 46.5\%$ (20 歲大學生的性態度及性行為比 2019 年開放)

$H_1: p < 46.5\%$ (20 歲大學生的性態度及性行為不比 2019 年開放)

1. $\alpha = P(I) = P(\text{拒絕}H_0 | H_0 \text{ 為真}) = P(\hat{p} \leq \frac{255}{500} | P = 46.5\%) = P\left(Z \leq \frac{51\% - 46.5\%}{\sqrt{\frac{(46.5\%)(53.5\%)}{500}}}\right) \approx P\left(Z \leq \frac{0.045}{0.02230582883}\right) \approx P(Z \leq 2.01) = 0.9778$
2. $\alpha = P(II) = P(\text{不拒絕}H_0 | H_0 \text{ 為假}) = P(\hat{p} \geq \frac{255}{500} | P = 55\%) = P\left(Z \leq \frac{51\% - 55\%}{\sqrt{\frac{(55\%)(45\%)}{500}}}\right) \approx P\left(Z \leq \frac{-0.04}{0.0224859546}\right) \approx P(Z \leq -0.18) = 0.4286$