

A. 一般練習題

6.2 若 X 之機率分配函數為：

$$f(x) = \begin{cases} cx, & x = 1, 3, 5, 7 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

- (1) 試求 c (2) 試求 X 之累加機率函數
 (3) 試求 X 之平均數、中位數、眾數、變異數
 (4) 試求 $P(|X-\mu| \leq 1.8\sigma)$ ，並與柴比式定理所得的結果做比較。

Ans.

$$(1) \quad \sum F(x) = f(1) + f(3) + f(5) + f(7) = c + 3c + 5c + 7c = 16c = 1$$

$$c = \frac{1}{16}$$

(2) X 之累加機率函數：

X	1	3	5	7
f(x)	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{7}{16}$
F(x)	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{9}{16}$	1

$$(3) \quad X \text{ 的平均數為：} 1 \times \frac{1}{16} + 3 \times \frac{3}{16} + 5 \times \frac{5}{16} + 7 \times \frac{7}{16} = \frac{84}{16} = 5.25$$

X 的中位數：1+3+5+7=16，中位數即第 8 項與第 9 項的平均，係 $\frac{5+5}{2}=5$

X 的眾數：最頻繁出現的數字，即 7 ($\frac{7}{16}$ 的機率，為最高項)

$$X \text{ 的變異數：} E(X^2) = \frac{1}{16} \times 1 + \frac{3}{16} \times 9 + \frac{5}{16} \times 25 + \frac{7}{16} \times 49 = 31; \sigma^2 = 31 - 5.25^2 = 3.4375$$

$$(4) \quad P(|X-\mu| \leq 1.8\sigma) = P(|X-5.25| \leq 3.34)$$

$$= P(5.25-3.34 \leq X \leq 5.25+3.34)$$

$$= P(1.91 \leq X \leq 8.59) = P(X=3) + P(X=5) + P(X=7) = 0.9375$$

$$\text{由柴比式定理所得，} P(|X-\mu| \leq 1.8\sigma) = 1 - \frac{1}{1.8^2} = 1 - \frac{1}{3.24} = \frac{2.24}{3.24} \approx 0.6913$$

0.6913 為實際機率下界的估計值，與實際機率分配有很大的差異。

B. 應用題

6.19 據統計臺灣 7-ELEVEN 目前銷售熱狗堡的店數約 4600 店，每天單店平均賣出 20 份。(資料來源：菲國 7-ELEVEN 複製臺灣經驗，聯合新聞網，2014/01/17。) 現有一家新加盟的 7-ELEVEN 商店，試問：

- (1) 若想滿足至少 80% 的顧客需求，平均每天應進幾個熱狗堡？
- (2) 若每天只進 20 份熱狗堡，則賣不完的機率為多少？

Ans.

- (1) 令 X 表示這一家店每天賣出的熱狗堡數，則 X 為柏松分配 ($\lambda=20$)。

求 x ，使得 $P(X \leq x) > 0.8$ 。

用 Excel 計算得 $P(X \leq 23) = 0.787492817$; $P(X \leq 24) = 0.843227378$ ，故每天進 24 個熱狗堡即可滿足 80% 以上的顧客需求。

- (2) 每天進 20 個熱狗堡，賣不完的機率為 $1 - P(X \leq 20) = 1 - 0.559092584 = 0.440907516 \approx 44\%$