

基礎計算

5.2 若 A 、 B 是獨立事件， $P(A) = 0.6$ ， $P(B) = 0.3$ ，試求：

1. $P(A|B)$ 與 $P(\bar{A}|B)$ 1. $\because A$ 和 B 為獨立事件

2. $P(A \cap B)$ 與 $P(A \cap \bar{B})$ $\therefore P(A|B) = P(A) = 0.6$; $P(\bar{A}|B) = P(\bar{A}) = 1 - 0.6 = 0.4$

3. $P(A \cup B)$ 與 $P(A \cup \bar{B})$ 2. $\because A$ 和 B 為獨立事件

$$\therefore P(A \cap B) = 0.6 \times 0.3 = 0.18; P(A \cap \bar{B}) = P(A) \times P(\bar{B}) \\ = 0.6 \times (1 - 0.3) = 0.6 \times 0.7 = 0.42$$

3. $\because A$ 和 B 為獨立事件

$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.6 + 0.3 - 0.18 \\ = 0.72$$

$$P(A \cup \bar{B}) = P(A) + P(\bar{B}) - P(A \cap \bar{B}) = 0.6 + 0.7 - 0.42 \\ = 0.88$$

延伸應用

5.10 設有一工廠生產一產品必須經過 A 、 B 、 C 三個製造階段，根據過去資料， A 、 B 、 C 三個製造階段均會使產品產生瑕疵，其機率分別為 0.1 、 0.2 、 0.4 （假設 A 、 B 、 C 三個階段的瑕疵之發生為獨立）。試問：

1. 隨機抽取一個產品，產品有瑕疵之機率？

$$\text{有瑕疵之機率為 } P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) \\ + P(A \cap B \cap C) = 0.1 + 0.2 + 0.4 - 0.02 - 0.08 - 0.04 \\ + 0.008 = 0.7 - 0.14 + 0.008 = 0.56$$

2. 隨機抽取一個產品，產品有 2 種瑕疵的機率為何？

$$\text{有 2 種瑕疵的機率為 } P(A \cap B) + P(B \cap C) + P(A \cap C) = 0.02 + 0.08 + 0.04 = 0.14$$

\hookrightarrow 發生 A 和 B 、 B 和 C 、 A 和 C 三種組合之機率

3. 隨機抽取一個產品，發現為瑕疵，則該瑕疵來自於 A 製造階段之機率為何？

$$\text{所求為 } \frac{P(A)}{P(A \cup B \cup C)} = \frac{0.1}{0.56} = \frac{10}{56} = \frac{5}{28}$$

\hookrightarrow 在至少有一個瑕疵的前提下 A 發生的條件機率

進階應用

5.17 行政院主計總處針對 107 年度非初次尋職的失業者統計其年齡與失業原因，整理如下表：

年齡	工作場所業務 緊縮或歇業	對原有工作 不滿意	季節性或臨時 性工作結束	其他	合計
15~24 歲	4,896	28,877	3,497	1,082	38,352
25~44 歲	58,214	118,228	22,529	10,634	209,605
45~64 歲	39,820	20,742	22,390	4,653	87,605
合計	103,030	167,847	48,672	16,411	335,960

資料來源：《107年人力資源調查統計年報》，行政院主計總處，2019年6月。

- ① 失業原因為工作場所歇業或業務緊縮、對原有工作不滿意和季節性或臨時性工作結束的民眾各佔多少比例？
- ② 25~44 歲失業民眾與失業原因為對原有工作不滿意是否獨立？
- ③ 45~64 歲失業民眾，試問其因工作場所歇業或業務緊縮而失業的機率是多少？

$$1. P(\text{緊縮}) = \frac{103030}{335960} ; P(\text{不滿}) = \frac{167847}{335960} ; P(\text{季節性}) = \frac{48672}{335960}$$

$$2. P(25-44) = \frac{209605}{335960} ; P(\text{不滿}) = \frac{118228}{335960} ; P(25-44 \cap \text{不滿}) = \frac{118228}{335960}$$

$\therefore \frac{118228}{335960} \neq \frac{209605}{335960} \times \frac{118228}{335960} \quad \therefore \text{並非獨立事件}$

$$3. P(\text{緊縮} | 45-64) = \frac{P(\text{緊縮且} 45-64)}{P(45-64)} = \frac{\frac{39820}{335960}}{\frac{87605}{335960}} = \frac{39820}{87605}$$